



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ
16^{ος} Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

«Η ΥΠΑΤΙΑ»

Παρασκευή 8 Νοεμβρίου 2024

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Μία οικογένεια έχει 5 παιδιά: 2 κορίτσια και 3 αγόρια. Μετά από ένα γιορτινό τραπέζι, ο αρχηγός της οικογένειας αποφασίζει να αποδεσμεύσει σταδιακά τα παιδιά, εκτός από ένα το οποίο θα κρατήσει για λίγο για να βοηθήσει στο πλύσιμο των πιάτων.

Η επιλογή γίνεται με τον παρακάτω τρόπο:

Επιλέγονται τυχαία τρία παιδιά και φεύγουν τα δύο.

Αν και τα τρία είναι του ίδιου φύλου, το ένα από αυτά μένει, ενώ αν είναι διαφορετικού φύλου μένει αυτό που έχει διαφορετικό φύλο από τα άλλα δύο. Τι φύλου θα είναι το "άτυχο" παιδί που θα βοηθήσει στο πλύσιμο των πιάτων;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α' τρόπος

Παρατηρούμε ότι πάντα αποδεσμεύονται δυο άτομα του ίδιου φύλου.

Αφού τα κορίτσια έχουν πλήθος δύο, θα αποδεσμευθούν όλα.

Τα αγόρια δεν μπορούν να αποδεσμευθούν όλα γιατί έχουν πλήθος τρία.

Οπότε το "άτυχο" παιδί θα είναι πάντοτε αγόρι.

Β' τρόπος

Διακρίνουμε περιπτώσεις για την επιλογή των πρώτων πλευρών

- Αν στην αρχή επιλεγούν **3 αγόρια** τότε το ένα θα μείνει και θα αποδεσμευθούν τα δύο.
Οπότε μένουν 1 αγόρι και 2 κορίτσια.
Θα αποδεσμευθούν μετά τα 2 κορίτσια **οπότε το "άτυχο" παιδί θα είναι αγόρι.**
Ενώ
- Αν στην αρχή επιλεγούν **1 αγόρι και 2 κορίτσια** τότε αυτό που θα μείνει θα είναι αγόρι.
Μένουν λοιπόν 3 αγόρια.
Θα αποδεσμευθούν μετά 2 από τα αγόρια **οπότε το "άτυχο" παιδί θα είναι αγόρι.**
Ενώ
- Αν στην αρχή επιλεγούν **1 κορίτσι και 2 αγόρια** τότε αυτό που θα μείνει θα είναι κορίτσι.

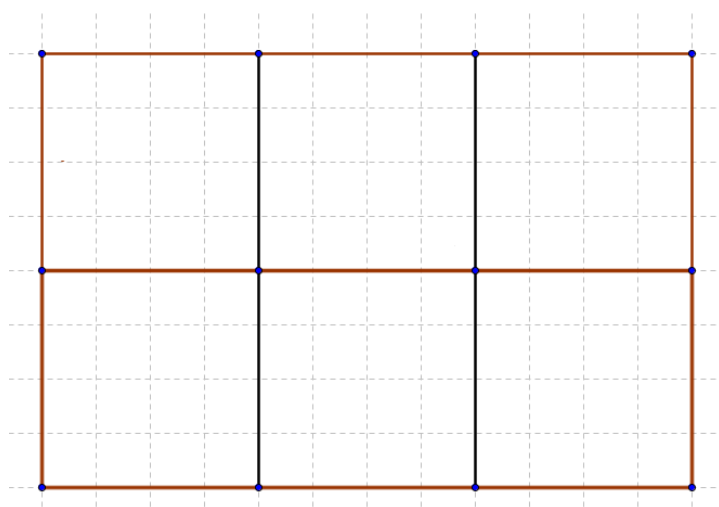
Μένουν λοιπόν 1 αγόρι και 2 κορίτσια.

Θα αποδεσμευθούν μετά τα 2 κορίτσια **οπότε το "άτυχο" παιδί θα είναι αγόρι**

ΘΕΜΑ 2°

Στην πόλη **Υπατία** υπάρχει μια πλατεία σχήματος τετραγώνου. Ο Δήμος σχεδιάζει να δημιουργήσει υπαίθριο μουσείο για τα **Μαθηματικά**. Για τον λόγο αυτόν αγόρασε και **5 ίδια διπλανά τετραγωνικά οικόπεδά**, με συνέπεια η νέα πλατεία να είναι σχήματος ορθογωνίου με εμβαδόν **384** τετραγωνικά μέτρα.

Αν ο Δήμος αποφασίσει να περιφράξει την πλατεία με κάγκελο, πόσο θα κοστίσει η περίφραξη, αν γνωρίζουμε ότι για κάθε μέτρο κάγκελου χρειάζεται 65 ευρώ;



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αφού το εμβαδόν εξαπλασιάστηκε και έγινε 384 τ.μ., αρχικά ήταν $384:6=64$ τ.μ. Η αρχική πλατεία λοιπόν αφού είχε σχήμα τετραγώνου, είχε πλευρά 8 μ. γιατί $8^2 = 64$.

Η νέα πλατεία έχει διαστάσεις $2 \cdot 8 = 16$ μ. και $3 \cdot 8 = 24$ μ., άρα περίμετρο $\Pi = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 24 = 80$ μ.

Επομένως η περίφραξη θα κοστίσει $80 \cdot 65 = 5200$ ευρώ

ΑΣΚΗΣΗ 3°

Αν ο n είναι πρώτος φυσικός αριθμός και το κλάσμα $\frac{12}{n}$ παριστάνει φυσικό αριθμό, να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές της παράστασης:

$$A = \frac{2}{v - \frac{1}{5}} : \frac{v - \frac{v}{2}}{9}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Επειδή ο v είναι πρώτος αριθμός οι πιθανές τιμές μικρότερες του 12 θα είναι $v=2$ ή 3 ή 5 ή 7 ή 11.

Όμως η διαίρεση $\frac{12}{v}$ είναι τέλεια επειδή παριστάνει φυσικό αριθμό, άρα οι δυνατές τιμές του v είναι $v=2$ ή $v=3$.

$$\text{Για } v=2, \quad A = \frac{2}{2 - \frac{1}{5}} : \frac{2 - \frac{2}{2}}{9} = \frac{2}{\frac{9}{5}} : \frac{2 - 1}{9} = \frac{2}{\frac{9}{5}} : \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{1} = \frac{10}{9} \cdot 9 = 10$$

$$\text{Για } v=3, \quad A = \frac{2}{3 - \frac{1}{5}} : \frac{3 - \frac{3}{2}}{9} = \frac{2}{\frac{14}{5}} : \frac{\frac{3}{2}}{9} = \frac{2}{\frac{14}{5}} : \frac{3}{18} = \frac{2}{\frac{14}{5}} : \frac{1}{6} = \frac{2}{\frac{14}{5}} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2}{14} \cdot \frac{5}{1} \cdot 6 = \frac{10}{14} \cdot 6 = \frac{60}{14} = \frac{30}{7}$$

