

Αρχιμήδης Μικροί 2006-2007

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Έστω I το σημείο τομής των διχοτόμων του. Η διχοτόμος $A\Delta$ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο C του τριγώνου $B\Gamma I$ στο σημείο N με $N \neq I$.

Να προσδιορίσετε:

- α) τις γωνίες του τριγώνου $B\Gamma N$ συναρτήσει των γωνιών του τριγώνου $AB\Gamma$
- β) το κέντρο του κύκλου C .

2. Αν ο αριθμός $4n+3$, όπου n ακέραιος, είναι πολλαπλάσιο του 11, να βρείτε :

- α) τη μορφή του αριθμού n
- β) το υπόλοιπο της διαίρεσης του n^4 με το 11.

3. Έστω $A = \sqrt{k^2 + 24}$ και $B = \sqrt{k^2 - 9}$. Να προσδιορίσετε τις τιμές του ακέραιου αριθμού k που είναι τέτοιες ώστε η διαφορά $A - B$ να είναι ακέραιος αριθμός.

4. Καθένας από τους 50 μαθητές μιας τάξης έστειλε τα Χριστούγεννα κάρτες σε 25 ακριβώς συμμαθητές του. Να αποδείξετε ότι δύο τουλάχιστον από τους 50 μαθητές της τάξης πήραν ο ένας την κάρτα του άλλου.